

# Lernen mit Laptops – Erfahrungen mit dem Einsatz der Geräte im Fach Mathematik

Zukunftsorientiertes Lernen  
mit Notebooks n21 - 1.10.04

Gymnasium Ottobrunn –  
Rechnereinsatz im Mathematikunterricht

## Übersicht

- Dynamische Geometriesoftware Euklid
  - Lernprogramm Geraden und Winkel am Kreis 8. Jgst.
  - Ähnlichkeit - Kongruenz 9. Jgst.
- Visualisierung von Zusammenhängen / vernetztes Lernen
  - Standardsoftware: reguläre Vierecke 8. Jgst.
  - Mindmaps: Lösen von Gleichungen 9. Jgst.
- Übungssoftware SMILE 8. und 9. Jgst.
- Algorithmen Grundlagen mit Karol
- Fehlerprotokoll

Zukunftsorientiertes Lernen  
mit Notebooks n21 - 1.10.04

Gymnasium Ottobrunn –  
Rechnereinsatz im Mathematikunterricht

## Lernprogramm "Geraden und Winkel am Kreis"



- ❖ **Aufgabenstellung:**  
großer Themenkomplex wird über einen Zeitraum von 2 Monaten eigenständig erarbeitet
- ❖ **Vorlage:**  
digitaler Hypertext
- ❖ **Bestandteile:**  
Informationstexte, Arbeitsaufträge (Konstruktionen, entdeckendes Lernen an dynamischen Konstruktionen, Zusammenfassen, ...) Aufgaben (mit Tipps und Lösungen)
- ❖ **Werkzeug:**  
Konstruktionsprogramm Euklid und Textverarbeitung für Zusammenfassungen

Zukunftsorientiertes Lernen  
mit Notebooks n21 - 1.10.04

Gymnasium Ottobrunn –  
Rechneinsatz im Mathematikunterricht

## Lernprogramm "Geraden und Winkel am Kreis"



**Didaktik:**  
**hoher Anwendungsbezug**



Nur also nochmals unserem ursprünglichen Problem.

Wie hätte sich der Fotograf die Leinwand einstellen müssen, um die Bühne voll auf das Bild zu bringen?

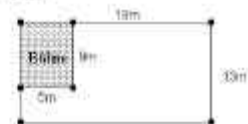
Unter dieser du deinen Lageplan, denn du die Abbildungen der Bühne und des Raumes unternehmen musst.

Welche **zusätzliche Information** brauchst du der Fotograf noch?

Gebe davon gas, dass:

- die gesamte Bühnend auf das Bild musste, weil auch der 3-köpfigen Band nicht als Eckern ausgefüllt wird
- die Personen natürlich alle noch hineingehen können sollen und
- der Fotograf wie die Bühne natürlich so groß wie möglich auf das Bild bekommen möchte.

Lageplan:



Löse die Aufgabe so, dass:

a) die **Bühne frontal** gesehen genau auf das Bild passt.

b) die gleiche **Diagonale der Bühne** auf das Bild passt. (Die Diagonale beträgt etwa 10,3m)

Hier geht's zur [Lösung von a\)](#)

Hier geht's zur [Lösung von b\)](#)

Zukunftsorientiertes Lernen  
mit Notebooks n21 - 1.10.04

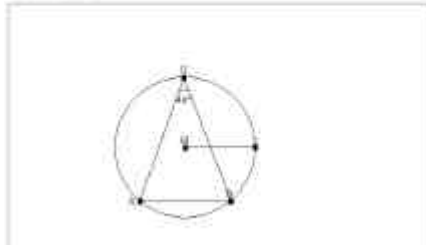
Gymnasium Ottobrunn –  
Rechneinsatz im Mathematikunterricht

# Lernprogramm "Geraden und Winkel am Kreis"



## 5.1. Der Umfangswinkel

**Definition:**  
Ist die Strecke  $(AB)$  Sehne in einem Kreis und  $P$  ein Punkt auf dem Kreisbogen, so wird der Winkel  $\angle APB$  **Umfangswinkel über der Sehne  $(AB)$**  genannt. Er wird meist mit  $\alpha$  bezeichnet.  
In dem Bild ist der Umfangswinkel über der Sehne  $(AB)$  angezeichnet. Durch Anlegen der Punkte  $Q$  und  $R$  wird veranschaulicht.



### Arbeitsauftrag 1

Punkte in dem Bild oben sind Punkt  $P$  und die Winkel  $\alpha$  sind verschieden. In Abhängigkeit der Punkte  $Q$  und  $R$  wie sich die Größe des Umfangswinkels dabei verändert?

Welche Umfunktionskraft der Sehne  $(AB)$  (Hilfs- oder Außenwinkel) liegt, wird beeinflusst der Umfangswinkel  $\alpha$ , wenn  $Q$  und  $R$  verschieben?

Welche der Winkel  $\alpha$  (Innen- oder Außenwinkel)  $\alpha$  verändert sich?

Formulieren Sie die Beobachtung wieder dem Namen **Umfangswinkel-Satz** in eigenen Worten!

### Didaktik:

#### Entdeckendes Lernen

z.B. durch dynamische Konstruktionen

Zukunftsorientiertes Lernen  
mit Notebooks n21 - 1.10.04

Gymnasium Ottobrunn –  
Rechereinsatz im Mathematikunterricht

# Lernprogramm "Geraden und Winkel am Kreis"



- Aufgabentyp** (schwer): Wie konstruiert man die Tangenten durch einen gegebenen Punkt  $A$  außerhalb des Kreises?  
**konkrete Aufgabe:** Konstruiere die Tangenten an den Kreis  $k(M, 4\text{cm})$  mit  $M(6|5)$  durch den Punkt  $A(1|34)$ .

[Tipp](#) [Lösung](#)

### Tipp 1 zur Aufgabe 4iii

**Hast du dir eine** Die Berührungspunkte müssen folgende Eigenschaften erfüllen:

- Sie müssen auf dem Kreis liegen
- Sie sind der Endpunkt des Radius, der senkrecht auf der gesuchten Tangente steht.

**Das Problem ist** **Berührungspunkte  $P$**  **Vorgehen wie  $b$**  **Überlege welche** **erfüllen müssen** damit kommen wir noch nicht viel weiter. Deshalb ein ganz anderer Tipp.

[Noch ein Tipp?](#)

[zurück](#)

Es gibt wieder zwei Tangenten als Lösungen, dementsprechend auch zwei Berührungspunkte  $T_1$  und  $T_2$ . **Suche eine Symmetrieachse** bezüglich der die beiden Punkte  $T_1$  und  $T_2$  symmetrisch zueinander sind.

[Noch ein Tipp?](#)

[zurück](#)

### Didaktik

#### Individualisiertes Lernen durch

- ❖ persönliches Lerntempo
- ❖ mehrstufiges Unterstützungssystem bei den Aufgaben (bis zu 6 Tipps bei schwierigen Aufgaben!!)
- ❖ Gespräche mit dem Lehrer

Zukunftsorientiertes Lernen  
mit Notebooks n21 - 1.10.04

Gymnasium Ottobrunn –  
Rechereinsatz im Mathematikunterricht

# Lernprogramm "Geraden und Winkel am Kreis"



In 45-jähriger Tätigkeit erfahren Sie, dass Ihre Schüler das meiste, wenn nicht alle, mit und ohne Ihre Hilfe bei der Lösung von Aufgaben schaffen. Das ist ein Zeichen für Ihre Schüler. Es geht nicht um die Qualität der Lösung, sondern um die Fähigkeit, die Aufgaben zu lösen. Das ist ein Zeichen für Ihre Schüler. Es geht nicht um die Qualität der Lösung, sondern um die Fähigkeit, die Aufgaben zu lösen.

Zwei Dinge helfen Ihnen dabei, Ihre Schüler zu unterstützen: Ein Arbeitsplan und eine Hefteintrag.

1. Arbeitsplan und Hefteintrag sind die wichtigsten Hilfsmittel für Ihre Schüler. Sie helfen Ihnen dabei, Ihre Schüler zu unterstützen. Ein Arbeitsplan ist ein Dokument, das die Aufgaben und die Hefteinträge enthält. Ein Hefteintrag ist ein Dokument, das die Aufgaben und die Hefteinträge enthält.
2. Arbeitsplan und Hefteintrag sind die wichtigsten Hilfsmittel für Ihre Schüler. Sie helfen Ihnen dabei, Ihre Schüler zu unterstützen. Ein Arbeitsplan ist ein Dokument, das die Aufgaben und die Hefteinträge enthält. Ein Hefteintrag ist ein Dokument, das die Aufgaben und die Hefteinträge enthält.

**Didaktik:**  
**Eigenverantwortung**

- ❖ Arbeitsplan
- ❖ Hefteintrag

# Lernprogramm "Geraden und Winkel am Kreis"



## Geraden und Winkel am Kreis

### Test

**Arbeitszeit 36 Minuten** Hilfsmittel Euklid (Empfehlung: SoSe ist nur bei Aufgabe 2 ein)

#### Aufgabe 1 Konstruktion der Tangente

Herzle hat drei verschiedene Aufgabentypen zur Konstruktion einer Tangente. Sie hat jede den Lösungsweg an. Veranschauliche den Lösungsweg bei Bedarf durch eine Skizze.

#### Aufgabe 2 Konstruktion eines Tangentenvierecks

Konstruiere ein Tangentenviereck aus:  $b = 3,5$  cm,  $\beta = 100^\circ$ ,  $\gamma = 110^\circ$ ,  $\delta = 45^\circ$   
Achte auf eine übersichtliche Konstruktion, d.h., beschrifte Punkte, setze Farbe ein.

#### Aufgabe 3 Beweis

Beweise folgenden Satz:  
Jede Raute besitzt einen Inkreis!

#### Aufgabe 4 Grundwissen

Wie ermittelt man den Schwerpunkt eines Dreiecks?

**Didaktik**  
**Lernzielkontrolle**

- ❖ persönliches Gespräch
- ❖ Hefteinträge überprüfen
- ❖ Tests

## Lernprogramm "Geraden und Winkel am Kreis"



### Didaktik

#### Erfahrungen

- ❖ zunächst Schwierigkeiten bei der zeitlichen Einteilung nach dem ersten Test deutliche Verbesserung
- ❖ zunächst Schwierigkeiten bei eigenständigen Zusammenfassung nach der ersten Besprechung der Hefteinträge deutliche Verbesserung
- ❖ gute Ergebnisse in der Schulaufgabe
- ❖ Wunsch der Schüler nach einer Fragerunde im Plenum ca. alle 3-4 Stunden; wird beim nächsten Lernprogramm berücksichtigt.



## Ähnlichkeitssätze für Dreiecke



### Vorkenntnisse

- Ähnlichkeitsabbildungen, Eigenschaften von Ähnlichen Figuren, alles zu Kongruenz
- Jede Kongruenzabbildung ist eine Ähnlichkeitsabbildung, jedoch nicht jede Ähnlichkeitsabbildung ist eine Kongruenzabbildung

### Aufgabenstellung

- Zu jedem Kongruenzsatz im Dreieck gibt es einen entsprechenden Ähnlichkeitssatz.  
Zeichne ein beliebiges Dreieck. Markiere die die entsprechenden Größen des Kongruenzsatzes farblich. Führe eine Ähnlichkeitsabbildung durch, die keine Kongruenzabbildung ist. Markiere die entsprechenden Größen wieder farblich. Vergleiche mit dem Kongruenzsatz und versuche einen Ähnlichkeitssatz zu formulieren.

### Durchführung

- Verteilung der Kongruenzsätze innerhalb der Klasse
- Aufgabenstellung wurde zu Hause bearbeitet
- Vorstellen der Ergebnisse und Fixierung in der folgenden Unterrichtsstunde

## Ähnlichkeitssätze für Dreiecke

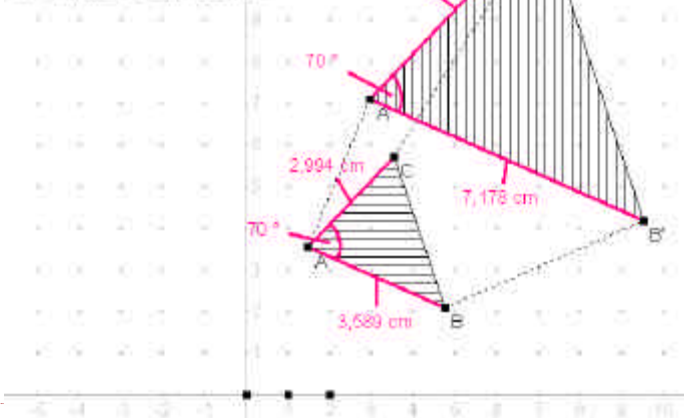


### SWS Satz

→ S:W:S Satz

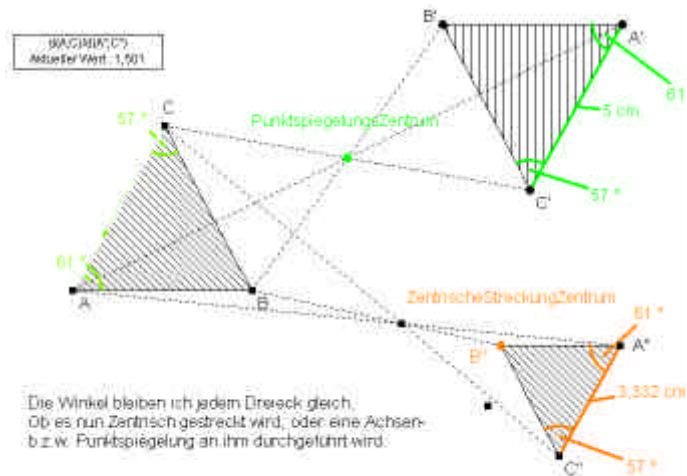
TV (P1, P1', P2)  
Aktueller Wert: 2

Die Seitenlängen verändern sich entsprechend des Streckfaktors  
Die Winkelmaße bleibt bestehen!



## Ähnlichkeitssätze für Dreiecke

WSW Satz  
→ WW Satz



## Visualisieren von Zusammenhängen

### Geometrie reguläre Vierecke

#### Aufgabenstellung

Erstelle eine Übersicht über die verschiedenen besonderen Vierecke, die wir in den letzten Stunden besprochen haben. Folgende Informationen sollen in der Übersicht enthalten sein:

- ❖ Punktsymmetrie
- ❖ Achsensymmetrie inkl. der Symmetrieachsen
- ❖ Spezialisierungseigenschaften, z.B. Jedes Quadrat ist ein Rechteck

Verwende ein Computerprogramm deiner Wahl.

#### Bemerkungen:

- ❖ Voraussetzung: fachlicher Hintergrund bekannt
- ❖ Fokus: komplexe Zusammenhänge übersichtlich darzustellen
- ❖ Durchführung: offene Aufgabenstellung
- ❖ Ergebnisse: sehr hohe Lösungsvielfalt
- ❖ Erfahrung:
  - ❖ gute Ansätze, jedoch keine "perfekte" Lösungen
  - ❖ ausführliche Diskussion der Ergebnisse und Verbesserungen nötig

## Visualisieren von Zusammenhängen



### Ziel

Durch das Zusammenfassen und Visualisieren von Zusammenhängen müssen die Schülerinnen und Schüler (aktuelle) Unterrichtsinhalte in einen größeren Zusammenhang setzen. Sie werden dadurch gezwungen Neues mit Altem zu verknüpfen. Durch die Zusammenhänge ist eine größere Nachhaltigkeit zu erwarten

## Visualisieren von Zusammenhängen



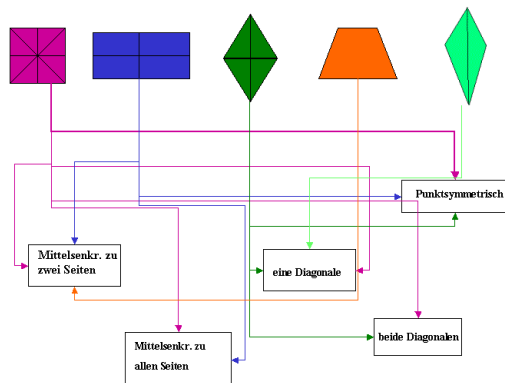
### Geometrie reguläre Vierecke

#### Aufgabenstellung

Erstelle eine Übersicht über die verschiedenen besonderen Vierecke, die wir in den letzten Stunden besprochen haben. Folgende Informationen sollen in der Übersicht enthalten sein:

- ❖ Punktsymmetrie
- ❖ Achsensymmetrie inkl. der Symmetrieachsen
- ❖ Spezialisierungseigenschaften, z.B. Jedes Quadrat ist ein Rechteck

Verwende ein Computerprogramm deiner Wahl.





# Visualisieren von Zusammenhängen

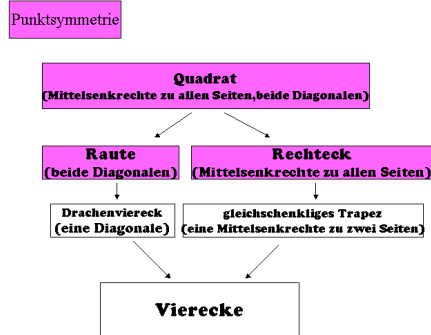
## Geometrie reguläre Vierecke

### Aufgabenstellung

Erstelle eine Übersicht über die verschiedenen besonderen Vierecke, die wir in den letzten Stunden besprochen haben. Folgende Informationen sollen in der Übersicht enthalten sein:

- ❖ Punktsymmetrie
- ❖ Achsensymmetrie inkl. der Symmetrieachsen
- ❖ Spezialisierungseigenschaften, z.B. Jedes Quadrat ist ein Rechteck

Verwende ein Computerprogramm deiner Wahl.



# Visualisieren von Zusammenhängen

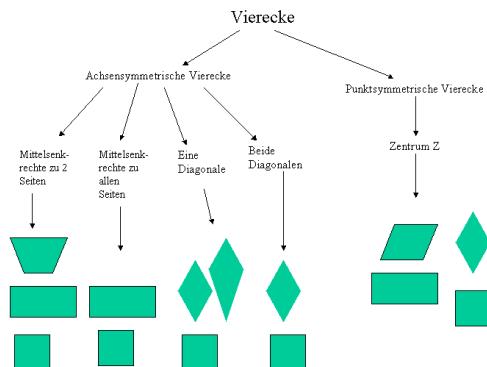
## Geometrie reguläre Vierecke

### Aufgabenstellung

Erstelle eine Übersicht über die verschiedenen besonderen Vierecke, die wir in den letzten Stunden besprochen haben. Folgende Informationen sollen in der Übersicht enthalten sein:

- ❖ Punktsymmetrie
- ❖ Achsensymmetrie inkl. der Symmetrieachsen
- ❖ Spezialisierungseigenschaften, z.B. Jedes Quadrat ist ein Rechteck

Verwende ein Computerprogramm deiner Wahl.



# Visualisieren von Zusammenhängen

## Geometrie reguläre Vierecke

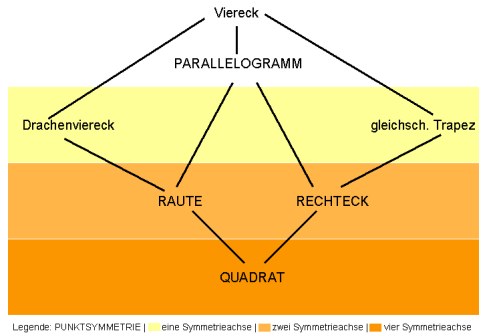
### Aufgabenstellung

Erstelle eine Übersicht über die verschiedenen besonderen Vierecke, die wir in den letzten Stunden besprochen haben. Folgende Informationen sollen in der Übersicht enthalten sein:

- ❖ Punktsymmetrie
- ❖ Achsensymmetrie inkl. der Symmetrieachsen
- ❖ Spezialisierungseigenschaften, z.B. Jedes Quadrat ist ein Rechteck

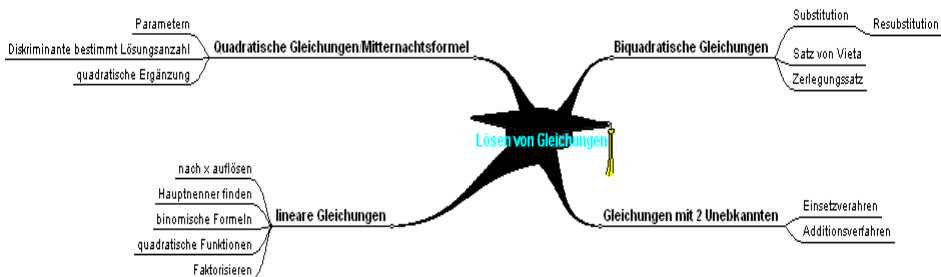
Verwende ein Computerprogramm deiner Wahl.

### "Musterlösung"



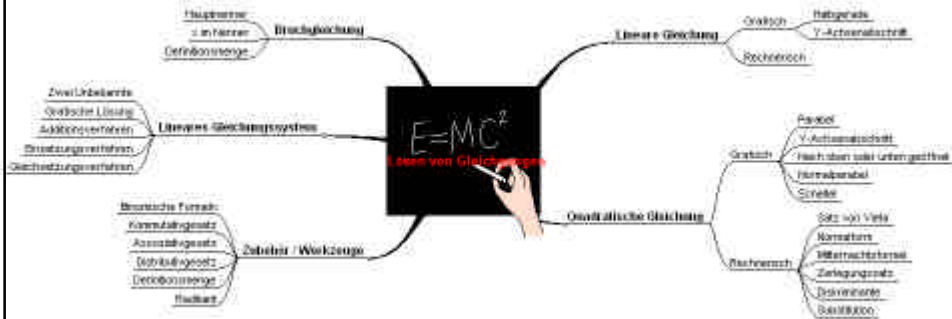
# Visualisieren von Zusammenhängen

## Mind Map zum Thema: Lösen von Gleichungen



## Visualisieren von Zusammenhängen

### Mind Map zum Thema: Lösen von Gleichungen



## Visualisieren von Zusammenhängen

### Fazit:

Das Auffinden und Visualisieren von Zusammenhängen ist für die Schülerinnen und Schüler eine sehr komplexe Aufgabe. Es erfordert viel Geduld, Üben und Besprechungen, in denen unterschiedliche Lösungen diskutiert werden. Am Vergleich der beiden MindMaps lässt sich deutlich der Unterschied des Verständnisses der beiden Schüler erkennen.

## Üben mit SMILE

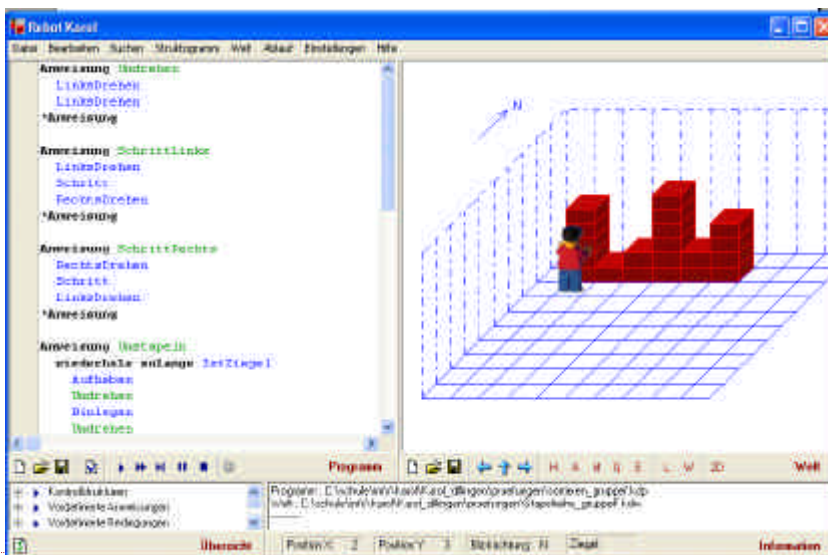


Trotz seines Alters eignet es sich das Programm SMILE hervorragend für die Übungsphasen u.a. folgender Themen:

- Zeichnen von Geraden
- Lösen von Bruchgleichungen
- Strahlensatz
- Lösen von quadratischen Gleichungen

Das Programmpaket kann für 10 Euro über die Schule erworben werden

## Grundlagen Algorithmik mit Karol dem Roboter



## Grundlagen Algorithmik mit Karol dem Roboter



Für den Informatikanfangsunterricht entwickelte Programmierumgebung mit den Zielen

- Korrektheit der programmierte Anweisungen kann sofort überprüft werden:  
Erledigt Karol seine Aufgabe korrekt?
- einfache und "tolerante" Syntax --> zentraler Arbeitspunkt ist die Problemlösung
- Motivation durch Identifikation mit dem Roboter
- Fehleranalyse und Optimierung über Struktogramme
- in der Regel keine mathematischen Beispiele, dennoch hohe Problem- und Lösungsvielfalt bei unterschiedlichsten Schwierigkeitsgraden

## Fehlerprotokolle



### Ziele

- Fehleranalyse --> Möglichkeit zielgenau Lücken zu schließen
- Individuelle "Beratungsgespräche"
- Dokumentation des Lernfortschritts

### Erfahrung

- Einsicht der Notwendigkeit nur sehr bedingt
- schwache Schüler haben große Probleme mit der Fehleranalyse
- hoher Zeitaufwand
- Jedoch hohes Potenzial

# Lernen mit Laptops – Erfahrungen mit dem Einsatz der Geräte im Fach Mathematik

**Danke für Ihre Aufmerksamkeit!**

**Kontakt:** Peter Brichzin [peter@brichzin.de](mailto:peter@brichzin.de)  
**Informationen:** [www.brichzin.de](http://www.brichzin.de)

Zukunftsorientiertes Lernen  
mit Notebooks n21 - 1.10.04

Gymnasium Ottobrunn –  
Rechnereinsatz im Mathematikunterricht

## **Ziele**

- Fehleranalyse --> Möglichkeit zielgenau Lücken zu schließen
- Individuelle "Beratungsgespräche"
- Dokumentation des Lernfortschritts

## **Erfahrung**

- Einsicht der Notwendigkeit nur sehr bedingt
- schwache Schüler haben große Probleme mit der Fehleranalyse
- hoher Zeitaufwand
- hohes Potenzial

Zukunftsorientiertes Lernen  
mit Notebooks n21 - 1.10.04

Gymnasium Ottobrunn –  
Rechnereinsatz im Mathematikunterricht